MAI 3 – úlohy pro cvičení 5 (1.11.2019)

1. Opakování vlastnosti množin v metrických prostorech:

   (i) Třeba něco ze 4. úlohy z příkladů pro cvičení 4.

   (ii) Rozhodněte, zda platí tvrzení (buď dokažte, že platí, nebo pomocí příkladu ukažte, že tvrzení neplatí):
   a) sjednocení spočetně mnoha otevřených množin je otevřená množina;
   b) průnik spočetně mnoha otevřených množin je otevřená množina;
   c) sjednocení spočetně mnoha uzavřených množin je uzavřená množina;
   d) průnik spočetně mnoha uzavřených množin je uzavřená množina.

   (iii) 2. přednáška - úlohy 11, 12;
   3. přednáška - úlohy 2, 6, 7, 9, 11.

   (iv) Dokažte, že
   a) uzavřená podmnožina úplného metrického prostoru je úplná (přednáška 4., 15. úloha);
   b) úplná podmnožina metrického prostoru je uzavřená (přednáška 4., 13. úloha);
   c) kompaktní podmnožina metrického prostoru je úplná (přednáška 4., 14. úloha).

2. Probereme (pokud budete chtít) řešení úloh z domácího úkolu ze 4. cvičení:

   (i) Formulujte Heineho definici spojitosti zobrazení mezi metrickými prostory a dokažte, že je ekvivalentní původní definici spojitosti z přednášky (přednáška 3., 1. úloha) .

   (ii) Dokažte, že obraz kompaktní množiny při spojitém zobrazení je kompaktní množina (přednáška 3. 6. úloha).

   (iii) Dokažte, že
   a) uzavřená podmnožina úplného metrického prostoru je úplná (přednáška 4., 15. úloha);
   b) úplná podmnožina metrického prostoru je uzavřená (přednáška 4., 13. úloha);
   c) kompaktní podmnožina metrického prostoru je úplná (přednáška 4., 14. úloha).

3. Důkaz Banachovy věty o pevném bodu (přednáška 4., 16. úloha) .

4. Úlohy 17, 18, 19, 20 ze 4. přednášky.